

Algemene foute

$2x^2 + 3x^2 = 5x^2$ Jy tel net die koëffisiënte op, die veranderlike bly net so $\rightarrow 2x^2 + 3x^2 \neq 5x^4$ dit bly x^2

$2x^2 \times 3x^2 = 6x^4$ Vermenigvuldig die numeriese koëffisiënte en tel die eksponente van gelyke grondtalle op $\rightarrow x^2 \times x^2 = x^{2+2}$

7. DELING VAN ALGEBRAÏSE UITDRUKKINGS

Om 'n polinoom deur 'n eenterm te deel, word elke term van die polinoom gedeel deur die eenterm.

* Deel eers die numeriese koëffisiënte.

* Gebruik die eksponentwet om die veranderlikes te deel.

$$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}, \text{ trek eksponente af!}$$

Voorbeeld 12

Vereenvoudig: a) $\frac{6x^3y^2}{2xy}$

b) $\frac{6x^3+1}{x^2}$

c) $\frac{4a^6b^2+6ab^4-2ab}{2ab}$

d) $\frac{4c^3-(6c^2)(-c)}{-2c^2}$

Oplossing

a) $\frac{6x^3y^2}{2xy}$
 $= (6 \div 2)x^{3-1}y^{2-1} \leftarrow \left[\begin{array}{l} \text{Deel die numeriese koëffisiënte, trek die} \\ \text{eksponente van gelyke grondtalle af} \end{array} \right]$
 $= \underline{3x^2y}$

b) $\frac{6x^3+1}{x^2}$

$$= \frac{6x^3}{x^2} + \frac{1}{x^2}$$

$\leftarrow$ [Deel elke term van teller deur x^2]

$$= \underline{6x + \frac{1}{x^2}}$$

$\leftarrow$ [$6x^3 \div x^2 = 6x^{3-2} = 6x$]

c) $\frac{4a^6b^2+6ab^4-2ab}{2ab}$

$$= \frac{4a^6b^2}{2ab} + \frac{6ab^4}{2ab} - \frac{2ab}{2ab}$$

$\leftarrow$ [Deel elke term van die teller deur die noemer]

$$= 2a^{6-1}b^{2-1} + 3a^{1-1}b^{4-1} - 1 \leftarrow \left[\frac{4}{2} = 2; \frac{6}{2} = 3; -\frac{2ab}{2ab} = -1 \right]$$

$$= 2a^5b + 3a^0b^3 - 1$$

$\leftarrow$ [Vereenvoudig eksponente]

$$= \underline{2a^5b + 3b^3 - 1}$$

$\leftarrow$ [$a^0 = 1$ en $3 \times 1 \times b^3 = 3b^3$]

d) $\frac{4c^3-(6c^2)(-c)}{-2c^2}$

$$= \frac{4c^3-(-6c^3)}{-2c^2}$$

$\leftarrow$ [Vereenvoudig eers die teller $\rightarrow$]
 $6c^2 \times (-c) = -6c^3$

$$= \frac{4c^3+6c^3}{-2c^2}$$

$\leftarrow$ [$-(-6c^3) = +6c^3 \rightarrow (-) \times (-) = +$]

$$= \frac{10c^3}{-2c^2}$$

$\leftarrow$ [Tel nou gelyksoortige terme bymekaar]

$$= \underline{-5c}$$

$\leftarrow$ [$10 \div -2 = -5$ en $c^3 \div c^2 = c^{3-2} = c$]

OEFENING 8

1. Hoeveel terme bevat elk van die volgende uitdrukkings?

- a) $2ab + c \div 3$ b) $6xy - 3y^2 - 2(x - y) + 2$
 c) $6a \div 2 \times 3 \div (a + b)$ d) $\frac{3xy}{y} - 6(x + y - 3)$
 e) $15 \div 3 - 4 \times 3 \div 2$ f) $a \times a \times a \times a + b \times b \times b$
 g) $\frac{x-y}{x} - 4x(x + y + 3)$ h) $x^3 - 4\sqrt{x + y}$

2. Die uitdrukking $2x^3 - 4x^2 + 3x - 8$ word gegee.

- a) Wat is die koëffisiënt van x^2 ?
 b) Skryf die konstante term neer.
 c) Wat is die eksponent van x in die eerste term?

3. Gegee die uitdrukking: $-3x^3 + 4ax^2 - 5a^2x + 6a^3 + 7$

- a) Wat is die koëffisiënt van x^3 ?
 b) Hoeveel terme het die uitdrukking?
 c) Wat is die eksponent van a in die tweede term?
 d) Skryf die konstante term neer.

4. Skryf algebraïese uitdrukkings vir die volgende:

- a) Drie maal 'n getal vermeerder met 2.
 b) Twee maal die produk van twee getalle vermeerder met 3.
 c) Die produk van twee getalle verminder met 3.
 d) Die vierkant van 'n getal verminder met 3 maal die derdemagwortel van dieselfde getal.
 e) Die som van tien en 'n getal, gedeel deur 2 maal die getal.

5. Vereenvoudig:

- a) $13x^2 + 7 - 3x + 5x - 15x^2 - 7x$
 b) $2a^2 - 3ab + b^2 + a^2 - ba + 7b^2$
 c) $-6y^2 - 5y - 1 + 5 - y - y^2$
 d) $7p^2 - 3pq + 4p^2 - 3q^2 + 6pq + 5q^2$
 e) $-4u^2t + 3t^2u - 8 + 4u^2t + 6ut^2 + 6$

6. Indien $x = -2$ en $y = 3$, bepaal die waardes van:

- a) $(2x + y)(4x + 3y)$ b) $(-3x - 2y)(3x - y)$
 c) $3(2x - y)$ d) $3x^3y + 7xy^2 + x$
 e) $5x - 2y^2$ f) $\frac{3x+y^3}{y}$
 g) $\frac{5xy}{x+y}$ h) $\sqrt{3x + 5y}$

7. Verwyder die hakies en vereenvoudig:

- a) $-2a(3a - 5)$ b) $3x^2(-x + 2y - y^2)$
 c) $m(-3m + 4)$ d) $-6p^2(-p - 3)$
 e) $8x(-x^2 - 2x + 5)$ f) $(-2a)(5a^2) + 3a^3$
 g) $(-4x)(2x^2) + 8x^3$ h) $4a(5a + 6) - 3(2a^2 + a)$
 i) $ax(-3a + ax - 2x)$ j) $7p(p + 3) - 2p(p^2 + p - 5)$

8. Vereenvoudig:

- a) $\frac{-18a^5b^3c^2}{9a^3b^3c}$ b) $\frac{25x^3y^2 - 5x^3y}{5x^2y}$
 c) $\frac{10x^5y^3 + 15x^3y^2 - 5xy}{5xy}$ d) $\frac{12p^6q^4 - 9p^3q^2 + 6p^2q^2}{3p^2q}$
 e) $\frac{7x^5y^3z^2 - 28x^3y^2z}{7x^3y^2z}$ f) $\frac{4c^3d^2 + 6c^2d^3 - 8c^5d}{-2cd}$
 g) $\frac{20a^2b + 35ab - 15ab^2}{5ab}$ h) $\frac{8x^6y^3 - 4x^3y^6 + 4x^3y^3}{4x^3y^3}$
 i) $\frac{4p^3q^3 + 8p^2q^2 - 6p^4q^2}{2p^2q^2}$ j) $\frac{8a^7 + 16a^5 - 32a^3}{8a^2}$

9. Vereenvoudig:

- a) $5x - 8x$ b) $(4a)(-7a)$
 c) $3ab \times 5b^2$ d) $4m + 2m \times 2 + 2 \times 2m$
 e) $(-3p^3)^2$ f) $2xy^2 + 7xy - 5xy^2 + 10xy$
 g) $2(p^2 - 2pq) - (p^2 - 5pq)$ h) $\frac{-28x^3y}{7x^2y}$

ALGEBRAÏESE VERGELYKINGS

'n Vergelyking is 'n wiskundige stelling wat waar is vir sekere getalle. Wanneer ons 'n vergelyking oplos, bepaal ons die waarde van die veranderlike wat die vergelyking waar maak.

1. OPLOS VAN VERGELYKINGS DEUR INSPEKSIE

Soms is dit maklik om die oplossing van 'n vergelyking raak te sien. In die vergelyking $x + 2 = 10$ kan jy sien die waarde van x is 8 want jy weet $8 + 2 = 10$.

Ons sê ons het die vergelyking opgelos deur inspeksie.

Voorbeeld 1

Los die volgende vergelykings op deur inspeksie:

- a) $x - 4 = 3$ b) $x + 5 = 8$
c) $3x = 12$ d) $\frac{x}{5} = 3$

Oplossing

- a) $x - 4 = 3$
 $x = 7$ $\longleftarrow [3 + 4 = 7, \text{ dus is } x = 7]$
- b) $x + 5 = 8$
 $x = 3$ $\longleftarrow [8 - 5 = 3, \text{ dus is } x = 3]$
- c) $3x = 12$
 $x = 4$ $\longleftarrow [12 \div 3 = 4, \text{ dus is } x = 4]$
- d) $\frac{x}{5} = 3$
 $x = 15$ $\longleftarrow [3 \times 5 = 15, \text{ dus } x = 15]$

2. GEBRUIK OPTELLINGS- EN VERMENIGVULDIGINGS INVERSES OM 'N VERGELYKING OP TE LOS

Die optellingsinverses is die getal wat by 'n getal getel word om 'n som van 0 te kry en **die vermenigvuldigingsinverses** is die getal waarmee 'n getal vermenigvuldig word om 'n produk van 1 te kry.

Wanneer ons 'n vergelyking oplos, gebruik ons optellingsinverses om al die konstante terme aan die regterkant van die vergelyking en al die veranderlikes aan die linkerkant van die vergelyking te kry.

Ons vereenvoudig beide kante deur gelyksoortige terme op te tel en deel dan beide kante deur die koëffisiënt van die veranderlike.

Onthou, alles wat jy aan die linkerkant van die vergelyking doen moet jy ook aan die regterkant doen. Kyk nou hoe die volgende vergelyking opgelos word.

$$4x - 7 = 5 + x$$

Om die konstantes aan die regterkant te kry, tel 7, die optellingsinverses van -7 , by aan beide kante van die vergelyking

$$\longrightarrow 4x - 7 + 7 = 5 + x + 7$$

Tel gelyksoortige terme bymekaar:
 $-7 + 7 = 0$ en $5 + 7 = 12$

$$\longrightarrow 4x = 12 + x$$

Om die veranderlikes aan die linkerkant te kry, tel $-x$, die optellingsinverses van x , by aan beide kante van die vergelyking

$$\longrightarrow 4x - x = 12 + x - x$$

Tel gelyksoortige terme bymekaar:
 $4x - x = 3x$ en $x - x = 0$

$$\longrightarrow 3x = 12$$

Die vermenigvuldigingsinverses van 3 is $\frac{1}{3}$. Om te vermenigvuldig met $\frac{1}{3}$, is dieselfde as om te deel deur 3. Deel dus beide kante deur 3

$$\longrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$$

$$\underline{x = 4}$$

3. GEBRUIK EKSPONENTWETTE OM VERGELYKINGS OP TE LOS

Wanneer die onbekende deel is van die eksponent, onthou dat as die grondtalle gelyk is, sal die eksponente ook gelyk wees.

$$\text{As } a^n = a^m \text{ dan is } n = m$$

Ons maak die grondtalle gelyk deur hulle in eksponensiaalvorm te skryf. Kyk na die volgende voorbeeld.

Voorbeeld 5

Los die volgende vergelykings op:

a) $3^x = 27$

b) $2^{a-1} = 8$

Oplossing

a) $3^x = 27$

$$3^x = 3^3$$

← [Skryf 27 in eksponensiaalvorm met grondtal 3 → $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$]

$$\underline{x = 3}$$

← [Die grondtalle is nou gelyk, stel die eksponente gelyk]

b) $2^{a-1} = 8$

$$2^{a-1} = 2^3$$

← [Skryf 8 in eksponensiaalvorm met grondtal 2 sodat die grondtalle dieselfde is → $8 = 2^3$]

$$a - 1 = 3$$

← [Grondtalle is gelyk, stel die eksponente gelyk]

$$a - 1 + 1 = 3 + 1$$

← [Tel optellingsinverses van -1 by aan beide kante]

$$\underline{a = 4}$$

Wanneer jy vierkantswortels gebruik om 'n vergelyking op te los, onthou dan dat jou oplossing negatief of positief kan wees.

$$\text{As } x^2 = 9, \text{ dan is } x = \pm\sqrt{9} \text{ dus } x = -3 \text{ of } x = 3$$

Voorbeeld 6

Los die volgende vergelykings op:

a) $2x^2 = 50$

b) $p^2 - 5 = 4$

Oplossing

a) $2x^2 = 50$

$$x^2 = 25$$

← [Deel eers deur 2, die koëffisiënt van x^2]

$$x = \pm\sqrt{25}$$

← [$x = \pm$ die vierkantswortel van 25]

$$\underline{x = 5 \text{ of } x = -5}$$

b) $p^2 - 5 = 4$

$$p^2 - 5 + 5 = 4 + 5$$

← [Tel 5 by aan beide kante]

$$p^2 = 9$$

$$p = \pm\sqrt{9}$$

← [Kry vierkantswortel aan beide kante]

$$\underline{p = 3 \text{ of } p = -3}$$

4. GEBRUIK VERGELYKINGS OM PROBLEME OP TE LOS

Algebraïese vergelykings kan gebruik word om probleme op te los. Ons stel 'n vergelyking op vanuit die inligting wat gegee is en los dan die vergelyking op. Die onbekende waarde word deur 'n letter, gewoonlik x , voorgestel.

Voorbeeld 7

'n Ma is drie keer so oud soos haar dogter. Hulle gesamentlike ouderdomme is 52. Hoe oud is elkeen?

Oplossing

Stel dogter se ouderdom = x jaar

Die ma se ouderdom = $3x$ jaar [Ma is 3 maal so oud, dus $3 \times x$]

Saam is hulle 52 jaar. Stel nou die gegewens voor as 'n vergelyking.

$$\begin{aligned} \underbrace{\text{dogter se ouderdom}}_x + \underbrace{\text{ma se ouderdom}}_{3x} &= 52 \\ x + 3x &= 52 \\ 4x &= 52 &< \leftarrow [3x + x = 4x] \\ x &= 13 &< \leftarrow [\text{Deel deur 4}] \end{aligned}$$

Dogter is 13 jaar oud en ma is 39 jaar oud

Voorbeeld 8

Die som van drie opeenvolgende getalle is 126. Wat is die getalle?

Oplossing

Stel die eerste getal = x

Die tweede getal = $x + 1$

Die derde getal = $x + 2$

Die som van die drie getalle is 126. Stel nou 'n vergelyking op.

$$\begin{aligned} \underbrace{\text{Getal 1}}_x + \underbrace{\text{getal 2}}_{x+1} + \underbrace{\text{getal 3}}_{x+2} &= 126 \\ x + x + 1 + x + 2 &= 126 \\ 3x + 3 &= 126 &< \leftarrow [\text{Tel gelyksoortige terme op}] \\ 3x + 3 - 3 &= 126 - 3 &< \leftarrow [\text{Tel } -3 \text{ by aan beide kante}] \\ 3x &= 123 &< \leftarrow [\text{Vereenvoudig beide kante}] \\ x &= 41 &< \leftarrow [\text{Deel beide kante deur 3}] \end{aligned}$$

Die getalle is 41; 42 en 43

Voorbeeld 9

Vyf keer 'n getal, vermeerder met 8 is gelyk aan 63. Bereken die getal.

Oplossing

Stel die getal = x , dan is (5 keer die getal) = $5x$.

Stel nou 'n vergelyking op.

$$\begin{aligned} \underbrace{5 \times \text{die getal}}_{5x} + \underbrace{\text{vermeerder met 8}}_8 &= 63 \\ 5x + 8 &= 63 \\ 5x + 8 - 8 &= 63 - 8 &< \leftarrow [\text{Tel } -8 \text{ by aan beide kante}] \\ 5x &= 55 &< \leftarrow [\text{Deel beide kante deur 5}] \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Die getal is 11

Voorbeeld 10

Die lengte van 'n reghoek is 6 meter meer as die breedte. As die omtrek 44 meter is, bereken die lengte en breedte van die reghoek.

Oplossing

Stel die breedte = x m en die lengte = $(x + 6)$ m.

Die omtrek, $2l + 2b = 44$. Stel nou 'n vergelyking op.

$$\begin{aligned} \underbrace{2(\text{lengte})}_{2(x+6)} + \underbrace{2(\text{breedte})}_{2(x)} &= 44 && [\text{Omtrek van reghoek} = 2l + 2b] \\ 2(x+6) + 2(x) &= 44 \\ 2x + 12 + 2x &= 44 &< \leftarrow [\text{Verwyder die hakies}] \\ 4x + 12 - 12 &= 44 - 12 &< \leftarrow \begin{array}{l} 2x + 2x = 4x; \\ [\text{Tel } -12 \text{ by aan beide kante}] \end{array} \\ 4x &= 32 \\ x &= 8 &< \leftarrow [\text{Deel beide kante deur 4}] \end{aligned}$$

Die breedte = 8 m en die lengte = $8 + 6 = 14$ m

5. TABELLE VAN GEORDEDE GETALLEPAARE

'n Geordende getallepaar is twee getalle wat in 'n bepaalde volgorde geskryf word, bv. (5; 2).

Die eerste getal verteenwoordig die insetwaarde (x -waarde) en die tweede getal verteenwoordig die uitsetwaarde (y -waarde).

Voorbeeld 11

Voltooi die tabel langsaan wat die x - en y - waardes bevat vir die vergelyking $y = 2x + 1$.

x	-3		5	
y		3		15

Oplossing

Kolom 1: $y = 2(-3) + 1 \leftarrow [\text{Vervang } x \text{ met } -3 \text{ in die vergelyking}]$
 $y = -6 + 1$
 $y = -5$

Kolom 2: $3 = 2x + 1 \leftarrow [\text{Vervang } y \text{ met } 3 \text{ in die vergelyking}]$
 $3 - 1 = 2x + 1 - 1 \leftarrow [\text{Tel } -1 \text{ by aan beide kante}]$
 $2 = 2x \leftarrow [\text{Vereenvoudig beide kante}]$
 $1 = x \leftarrow [\text{Deel beide kante deur } 2]$

Kolom 3: $y = 2(5) + 1 \leftarrow [\text{Vervang } x \text{ met } 5 \text{ in die vergelyking}]$
 $y = 10 + 1$
 $y = 11$

Kolom 4: $15 = 2x + 1 \leftarrow [\text{Vervang } y \text{ met } 15 \text{ in die vergelyking}]$
 $15 - 1 = 2x + 1 - 1 \leftarrow [\text{Tel } -1 \text{ by aan albei kante}]$
 $14 = 2x \leftarrow [\text{Vereenvoudig}]$
 $7 = x \leftarrow [\text{Deel beide kante deur } 2]$

Voltooi nou die tabel:

x	-3	1	5	7
y	-5	3	11	15

Voorbeeld 12

Die tabel toon die x - en y -waardes vir vergelyking $y = x^2 - 1$. Vul die ontbrekende waardes in.

x	-2	1		
y			8	15

Oplossing

Kolom 1: $y = (-2)^2 - 1 \leftarrow [\text{Vervang } x \text{ met } -2 \text{ in die vergelyking}]$
 $y = 4 - 1$
 $y = 3$

Kolom 2: $y = (1)^2 - 1 \leftarrow [\text{Vervang } x \text{ met } 1 \text{ in die vergelyking}]$
 $y = 1 - 1$
 $y = 0$

Kolom 3: $8 = x^2 - 1 \leftarrow [\text{Vervang } y \text{ met } 8 \text{ in die vergelyking}]$
 $8 + 1 = x^2 - 1 + 1 \leftarrow [\text{Tel } 1 \text{ by aan beide kante}]$
 $9 = x^2 \leftarrow [\text{Vereenvoudig}]$
 $x = \pm 3 \leftarrow [x = \pm\sqrt{9} = \pm 3]$

Kolom 4: $15 = x^2 - 1 \leftarrow [\text{Vervang } y \text{ met } 15 \text{ in die vergelyking}]$
 $15 + 1 = x^2 - 1 + 1 \leftarrow [\text{Tel } 1 \text{ by aan beide kante}]$
 $16 = x^2 \leftarrow [\text{Vereenvoudig beide kante}]$
 $\pm 4 = x \leftarrow [x = \pm\sqrt{16} = \pm 4]$

Voltooi nou die tabel:

x	-2	1	± 3	± 4
y	3	0	8	15

OEFENING 9

1. Los die volgende vergelyking op deur inspeksie:

- | | |
|-----------------|------------------|
| a) $x + 3 = 10$ | b) $x - 4 = 8$ |
| c) $5a = 15$ | d) $p - 5 = 10$ |
| e) $2x = 14$ | f) $x + 2 = 12$ |
| g) $3a = 27$ | h) $16 - x = 10$ |
| i) $4p = 16$ | j) $14 - a = 7$ |

2. Los die volgende vergelykings op:

- | | |
|-----------------------|-----------------------|
| a) $x + 5 = 22$ | b) $x + 3 = 17$ |
| c) $2x - 4 = 18$ | d) $5p = 18 + 2p$ |
| e) $5x - 1 = 9$ | f) $3a - 5 = 2a + 7$ |
| g) $2p + 2 = 23 + p$ | h) $18 - a = 26 - 3a$ |
| i) $-3b - 8 = 7 + 2b$ | j) $-2x - 5 = -17$ |

3. Los op vir x :

- | | |
|--------------------------------|----------------------------|
| a) $5(x + 1) = 8 - (x - 3)$ | b) $2(2x - 3) = -2(1 - x)$ |
| c) $3(x - 3) = 2(x - 4)$ | d) $3x = -31 - 5(2x - 1)$ |
| e) $7(x - 3) - 7 = -2(3x + 1)$ | |

4. Vyf maal 'n sekere getal vermeerder met 12 is 67. Bereken die getal.

5. Die som van drie opeenvolgende getalle is 45. Bepaal die getalle.

6. 'n Boek kos drie maal soveel as 'n pen. Saam kos hulle R84. Wat is die prys van 'n pen.

7. Jarine is 5 jaar jonger as haar boetie. Oor 3 jaar sal die som van hul ouderdomme 29 wees. Hoe oud is Jarine nou?

8. Die lengte van 'n reghoek is twee maal die breedte. Indien die omtrek 72 cm, bereken die lengte van die reghoek.
9. 'n Huurmotor vra 'n vaste tarief van R20 plus R2,50 per kilometer. Indien Jessica R35 betaal, hoe ver het sy gery?
10. Vier keer 'n sekere getal, vermeerder met 15 is gelyk aan 47. Bepaal die getal.
11. Hein is agt jaar ouer as Liam. Ses jaar gelede was Hein drie keer so oud soos Liam. Hoe oud is Liam nou?
12. Verdeel 'n stuk tuinslang van 16 m in twee dele, sodat die een stuk 550 mm langer as twee keer die ander stuk is. Bepaal die lengte van die twee stukke tuinslang.
13. Wayne het 22 lekkers en Niel 18 lekkers. Hoeveel lekkers moet Niel vir Wayne gee sodat Wayne vier keer soveel lekkers as Niel sal hê?
14. 'n Motoris voltooi sy reis in 5 uur teen 'n gemiddelde spoed van 120 km/u. Bereken die afstand wat hy gery het indien hy 30 minute gestop het om brandstof in te gooi.

GRAFIEKE

1. ONTLEED EN INTERPRETEER GRAFIEKE

Ons kan grafieke gebruik om verhoudings tussen twee veranderlikes voor te stel.

Die **afhanklike veranderlike** is die veranderlike wat ons waarneem en wat beïnvloed word deur die ander veranderlike.

Die **onafhanklike veranderlike** word nie beïnvloed deur die ander veranderlike nie, dit is die veranderlike wat ons manipuleer.

Die volgende eienskappe en neigings van grafieke is baie belangrik wanneer ons grafieke ontleed en interpreteer.

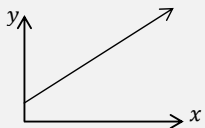
Eienskappe van grafieke

In Graad 7 het jy reeds kennis gemaak met stygende, dalende en konstante grafieke asook lineêre en nie-lineêre grafieke.

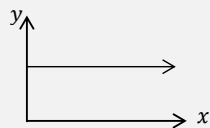
Stygende, konstante of dalende grafieke

'n Grafiek wys hoe die afhanklike veranderlike verander wanneer die onafhanklike veranderlike toeneem.

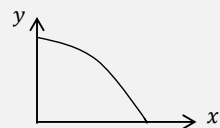
As die y -waardes toeneem terwyl die x -waardes toeneem, is die grafiek **stygend**.



As die y -waardes dieselfde bly terwyl die x -waardes toeneem, is die grafiek **konstant**.

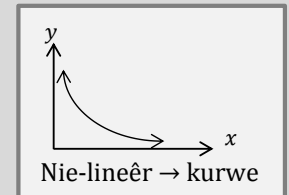
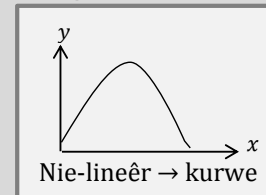
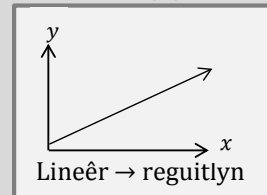


As die y -waardes afneem terwyl die x -waardes toeneem, is die grafiek **dalend**.



Lineêre en nie-lineêre grafieke

As 'n hoeveelheid teen 'n konstante tempo toeneem of afneem, word dit 'n **lineêre** verandering genoem en die grafiek vorm 'n reguitlyn. As die verandering nie konstant is nie word dit 'n **nie-lineêre** verandering genoem en die grafiek vorm 'n kurwe.



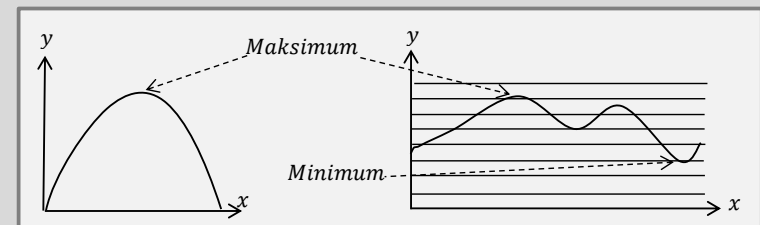
Ons gaan nou na grafieke se maksimum en minimum waardes kyk asook na diskrete en kontinue (aaneenlopende) data.

Maksimum en minimum waardes

Wanneer 'n bal in die lug gegooi word, sal die bal tot op 'n sekere hoogte al hoër trek en dan weer daal, terwyl dit grond toe val. Bedags styg die temperatuur en snags daal dit weer. Die weervoorspelling dui altyd die maksimum en minimum temperatuur van die grootste stede en dorpe aan.

'n **Maksimum waarde** is die hoogste waarde wat die afhanklike veranderlike in 'n grafiek kan hê.

'n **Minimum waarde** is die laagste waarde wat die afhanklike veranderlike in 'n grafiek kan hê.



Diskrete en kontinue (aaneenlopende) grafieke

Data wat getel word, word **diskrete data** genoem. Dit kan slegs presiese waardes voorstel met geen waardes tussen enige twee waardes nie. Dit word op 'n grafiek voorgestel as afsonderlike punte wat nie met 'n lyn verbind is nie.

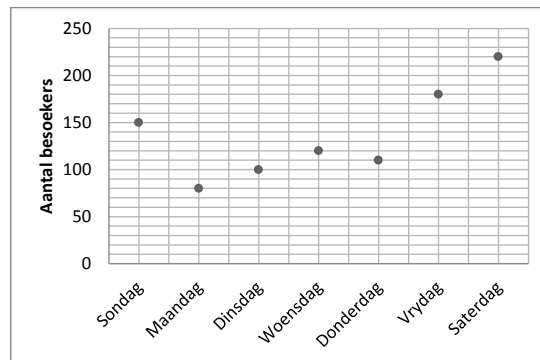
Data wat gemeet word, word **kontinue (of aaneenlopende) data** genoem. Daar kan nog waardes tussen enige twee waardes wees. 'n Ononderbroke lyn of kurwe word gebruik om die grafiek van kontinue data te teken.



Voorbeeld 1

Die grafiek toon die aantal toeriste wat 'n wildplaas gedurende 'n week besoek het.

- Wat is die afhanklike veranderlike?
- Is hierdie data diskreet of kontinue?
- Wat is die maksimum aantal besoekers?
- Watter dag was daar die minste besoekers?

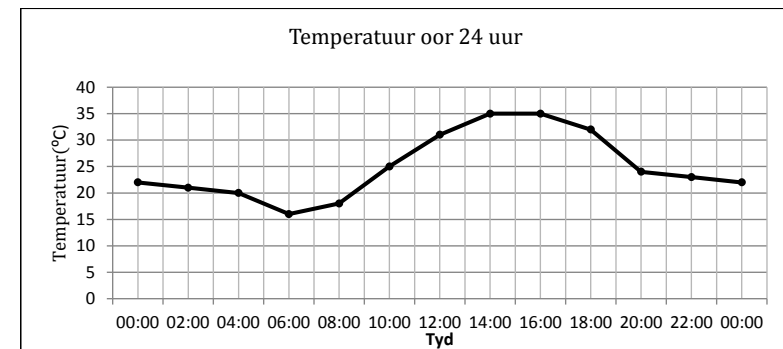


Oplossing

- Die aantal besoekers. ← [Dit is die veranderlike wat jy waarneem]
- Diskrete data. ← [Die besoekers word getel, daar kan nie 110,5 besoekers wees nie]
- Die maksimum besoekers is 220.
- Die minste besoekers was Maandag.

Voorbeeld 2

Die grafiek toon die temperatuur in 'n dorp oor 24 uur.



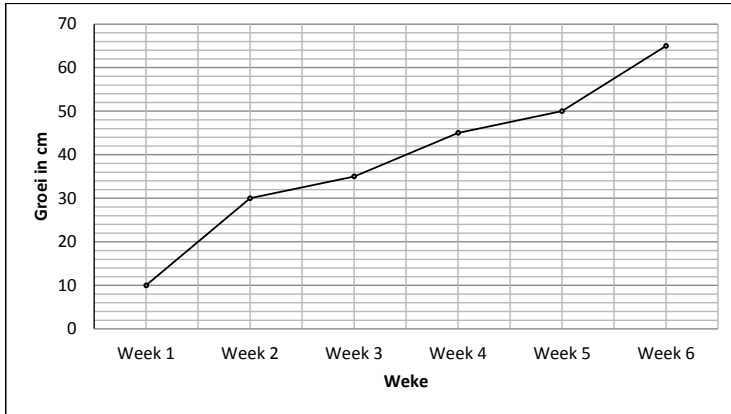
- Wat is die maksimum temperatuur wat bereik word?
- Is die data diskreet of kontinue?
- Gedurende watter tydperke is die temperatuur konstant?
- Gedurende watter tydperke is die temperatuur stygend?

Oplossing

- Die maksimum temperatuur is 35°C.
- Die data is kontinue.
- Die temperatuur is konstant vanaf 14:00 tot 16:00.
- Die temperatuur styg vanaf 06:00 tot 14:00.

Voorbeeld 3

Die grafiek toon die groei van 'n plant wat elke week gemeet is vir ses opeenvolgende weke.



- a) Verteenwoordig die grafiek diskrete of kontinue data?
- b) Wat was die groei gedurende die tweede week?
- c) Gedurende watter week het die plant die meeste gegroei?
- d) Is die grafiek stygend of dalend?

Oplossing

- a) Kontinue data. Die plant hou aan groei.
- b) 5 cm. Die groei gedurende die tweede week was 5 cm.
- c) Gedurende die eerste week. Die plant het 20 cm gedurende die eerste week gegroei.
- d) Die grafiek is stygend.

2. TEKEN GRAFIEKE

2.1 Teken globale grafieke

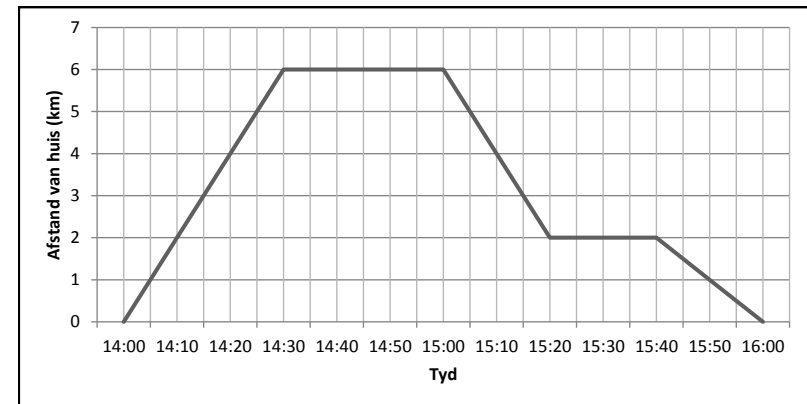
Voorbeeld 4

James verlaat sy huis om 14:00 en ry met sy fiets teen 'n konstante spoed na 'n inkopiesentrum ses km vanaf sy huis. Hy kom om 14:30 by die inkopiesentrum aan en vertoef 30 minute by die sentrum waarna hy weer huis toe gaan. Na 20 minute hou hy by 'n vriend se huis stil en kuier 20 minute by hom. Om 16:00 is hy terug by die huis.

- a) Teken 'n afstand-tyd-grafiek om James se reis voor te stel.
- b) Tussen watter intervalle is die grafiek konstant?

Oplossing

- a) *Die tyd is die onafhanklike veranderlike, dui die tyd aan op die horisontale as en die afstand vanaf die huis op die vertikale as.*



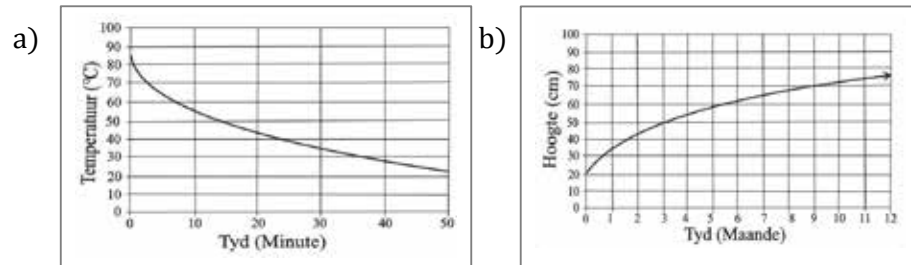
- b) Vanaf 14:30 tot 15:00 en weer vanaf 15:20 tot 15:40

Voorbeeld 5

Teken grafieke om elk van die volgende situasies voor te stel.

- Die temperatuur van 'n warm drankie wat afkoel.
- Die hoogte van 'n plant oor 'n periode van 12 maande.

Oplossing

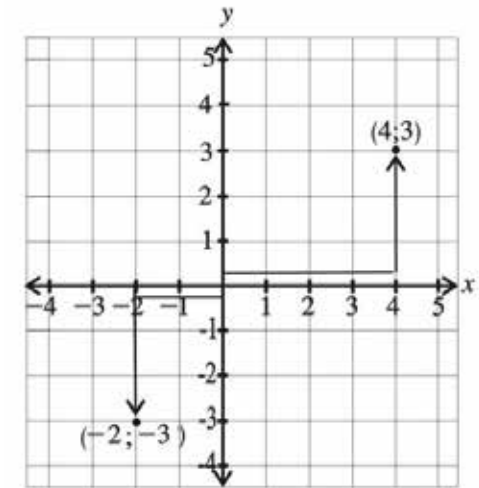


2.2 Teken grafieke van geordende pare

'n Geordende getallepaar is twee getalle wat in 'n bepaalde volgorde geskryf word. Die getalle word in hakies geskryf en word geskei deur 'n kommapunt (;). Die eerste getal stel die x -waarde voor en die tweede getal die y -waarde. Geordende getallepare kan op die Cartesiese vlak gestip word.

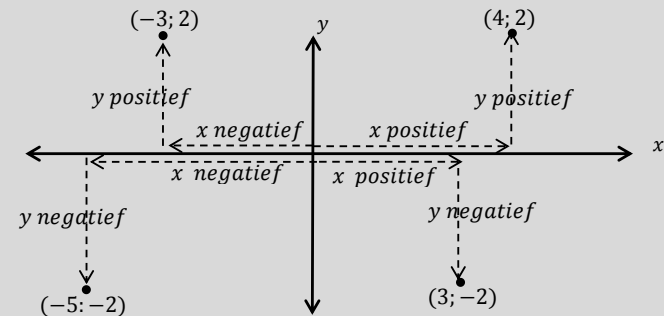
Die Cartesiese vlak bestaan uit twee loodregte getallelyne. Die horisontale lyn word die x -as en die vertikale lyn die y -as genoem. Die punt waar die twee asse sny, word die oorsprong genoem. Die oorsprong is die punt $(0; 0)$, die x -koördinaat is 0 en die y -koördinaat is 0.

Die punt $(4; 3)$ is 4 eenhede regs vanaf die oorsprong en 3 eenhede op.
Om die punt te stip, beweeg 4 eenhede horisontaal regs langs die x -as vanaf die oorsprong en dan 3 eenhede vertikaal op.



Om die punt $(-2; -3)$ te stip, beweeg 2 eenhede horisontaal na links langs die x -as en 3 eenhede vertikaal af.

As die x -waarde positief is, beweeg horisontaal na regs langs die x -as.
As die x -waarde negatief is, beweeg horisontaal na links langs die x -as.
As die y -waarde positief is, beweeg vertikaal op.
As die y -waarde negatief is, beweeg vertikaal af.



Voorbeeld 6

Stip die volgende geordende pare op die Cartesiese vlak.

- $(-2; 3)$
- $(1; -3)$
- $(4; 2)$

Oplossing

a) $(-2; 3)$

2 horisontaal links

3 vertikaal op

b) $(1; -3)$

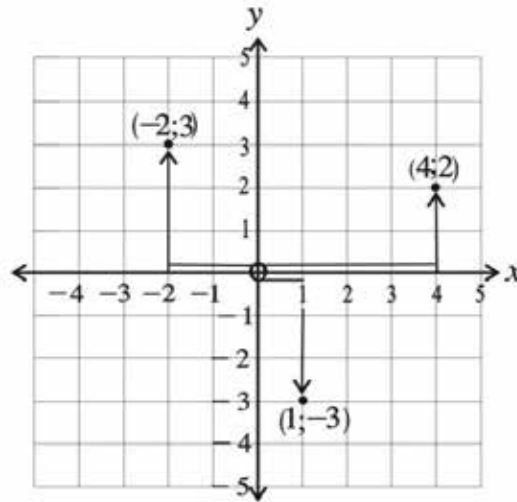
1 eenheid horisontaal regs

3 eenhede vertikaal af

c) $(4; 2)$

4 eenhede horisontaal regs

2 eenhede vertikaal op



Die verhouding tussen twee veranderlikes kan grafies voorgestel word deur die geordende pare op die Cartesiese vlak te stip en die punte te verbind om 'n grafiek te vorm.

Voorbeeld 7

a) Voltooi die volgende tabel vir die vergelyking $y = 2x + 1$.

x	-3	-2	-1	0	1	2
y						

b) Stip die punte op die Cartesiese vlak en verbind die punte om 'n grafiek te vorm.

Oplossing

a) Vir $x = -3$: $y = 2(-3) + 1 = -6 + 1 = -5$

Vir $x = -2$: $y = 2(-2) + 1 = -4 + 1 = -3$

Vir $x = -1$: $y = 2(-1) + 1 = -2 + 1 = -1$

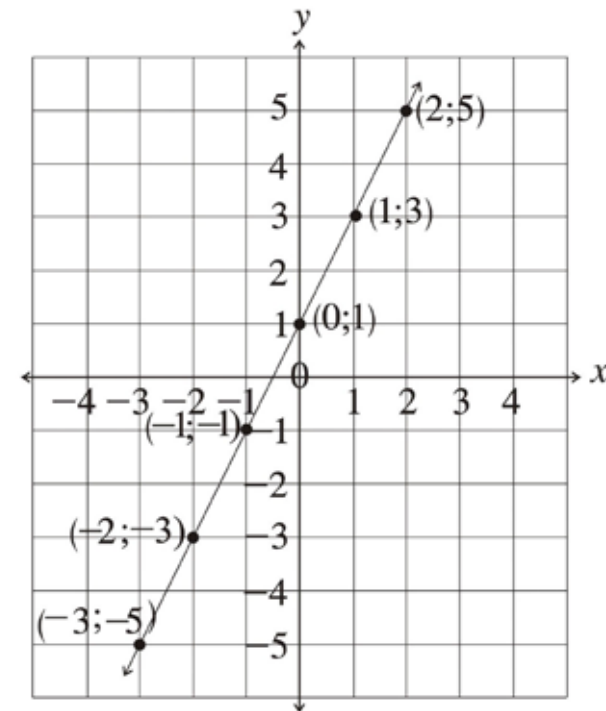
Vir $x = 0$: $y = 2(0) + 1 = 0 + 1 = 1$

Vir $x = 1$: $y = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$

Vir $x = 2$: $y = 2(2) + 1 = 4 + 1 = 5$

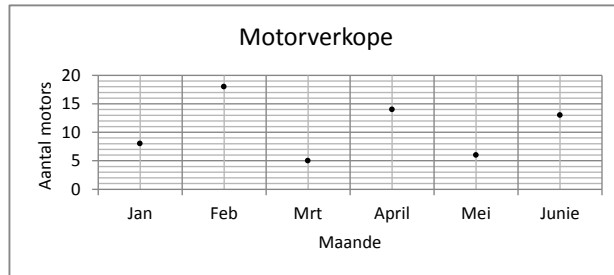
x	-3	-2	-1	0	1	2
y	-5	-3	-1	1	3	5

b) Stip die punte soos in voorbeeld 6 en verbind die punte.



OEFENING 10

1. Die grafiek toon die aantal motors wat 'n verkoopsman die eerste ses maande van die jaar elke maand verkoop het.

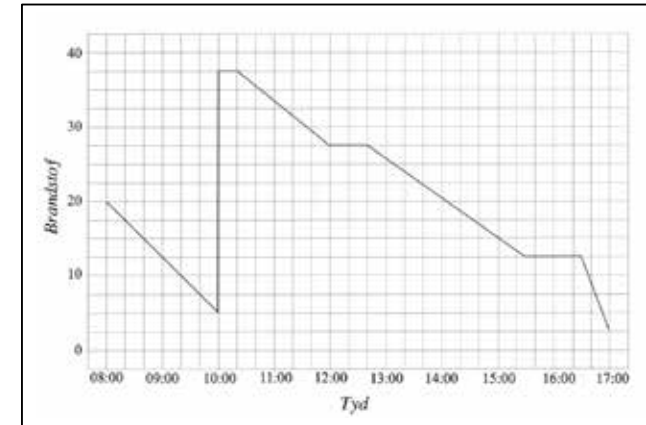


- a) Stel die grafiek diskrete of kontinue data voor?
b) Gedurende watter maand is die meeste motors verkoop?
c) Wat is die maksimum verkope?
d) Wat is die minimum verkope?
2. Teken sketsgrafieke om die volgende voor te stel:
a) Die aantal koeldranke wat jy koop en die bedrag wat jy betaal.
b) Die temperatuur in 'n dorp oor 'n tydperk van 24 uur.
c) Die hoogte van 'n mielieplant oor 'n tydperk van 10 weke.
3. 'n Boer verlaat sy plaas om 08:00 en ry na 'n dorp 100 km vanaf sy plaas. Hy vertoef 'n kort rukkie op die dorp en ry dan terug plaas toe. Die tabel toon die afstand wat hy elke uur afgelê het.

Tyd	08:00	09:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00
Afstand (km)	0	20	75	100	100	80	40	25	0

- a) Teken 'n afstand-tyd-grafiek om sy reis voor te stel.
b) Hoe laat het hy op die dorp aangekom?
c) Hoe lank het hy op die dorp versuim?
d) Gedurende watter uur het hy die vinnigste gery?

4. 'n Motoris verlaat Bloemfontein om 08:00 en kom om 17:00 in George aan. Hy stop om brandstof in te gooi en tee te drink, vir middagete en weer om koffie te drink. Die grafiek toon die aantal liters brandstof in sy tenk elke uur.



- a) Hoeveel brandstof was in die tenk aan die begin van sy reis?
b) Hoe laat het hy gestop om brandstof in te gooi?
c) Hoeveel liters brandstof het hy ingegooi?
d) Hoe lank het hy vir middagete gestop?
e) Waarom is die grafiek dalend na regs?
5. Stip die volgende punte op die Cartesiese vlak:
- a) (2; -3) b) (4; 1) c) (-3; -1) d) (-1; 3)
6. Voltooi die volgende tabelle vir die gegewe vergelykings en stip die punte op die Cartesiese vlak. Verbind die punte om 'n grafiek te vorm.

a) $y = 2x - 1$

x	-2	-1	0	1	2
y					

b) $y = x + 2$

x	-2	-1	0	1	2
y					

c) $y = 3x$

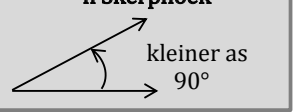
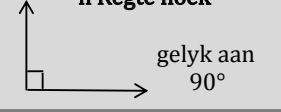
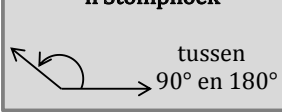
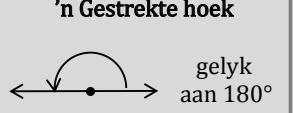
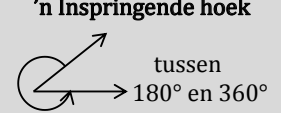
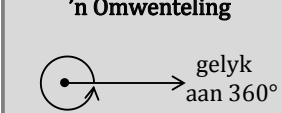
x	-2	-1	0	1	2
y					

KONSTRUKSIE VAN MEETKUNDIGE FIGURE

1. HOEKE

1.1 Klassifikasie van hoeke

Hoeke word geklassifiseer volgens hul grootte.

'n Skerphoek 	'n Regte hoek 	'n Stomphoek 
'n Gestrekte hoek 	'n Inspringende hoek 	'n Omwenteling 

1.2 Benoem hoeke

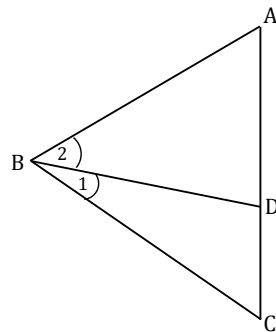
'n Hoek kan aangedui word deur die drie hoofletters op die lynsegmente waardeur die hoek gevorm word. Die hoekpunt is altyd in die middel.

In die skets langsaan word die boonste hoek by B genoem $\hat{A}BD$ of $\hat{B}_2$.

Die hoek wat gevorm word deur AB en BC, noem ons $\hat{ABC}$.

Die hoek by A kan $\hat{BAC}$ genoem word, maar ook $\hat{A}$ omdat slegs een hoek gevorm word by A.

Net so kan ons van die hoek by C praat as $\hat{C}$.

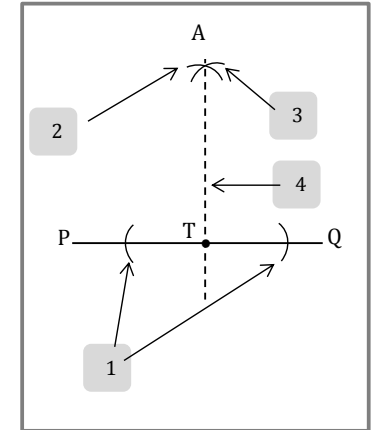


2. KONSTRUKSIE VAN LOODLYNE

2.1 Konstrueer 'n loodlyn by 'n gegewe punt

(Konstrueer 'n loodlyn deur T op PQ)

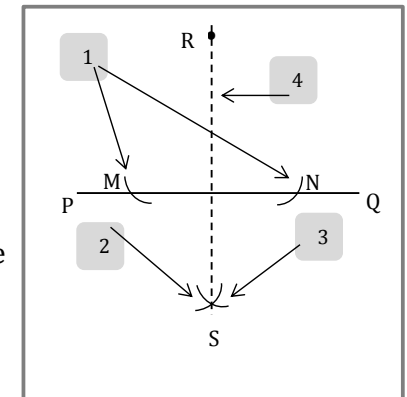
1. Plaas passerpunt op T en trek gelyke boë aan weerskante van T op PQ.
2. Plaas passerpunt op boog aan die linkerkant van T en trek 'n boog bokant punt T.
3. Sonder om die wydte van jou passer te verander, plaas die punt op die boog aan die regterkant van punt T en trek 'n tweede boog bokant punt T om die eerste boog in A te sny.
4. Trek 'n reguitlyn deur punt A en T. AT is 'n loodlyn op PQ by punt T.



2.2 Konstrueer 'n loodlyn vanaf 'n gegewe punt

(Konstrueer 'n loodlyn vanaf R op PQ)

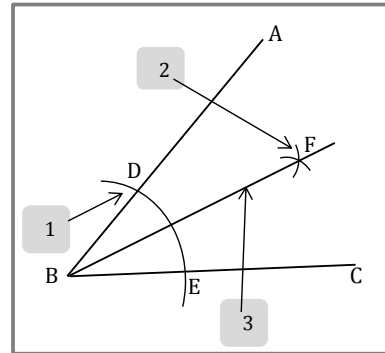
1. Plaas die passerpunt op punt R en trek gelyke boë op PQ by M en N.
2. Plaas die passerpunt op M en trek 'n boog onder lyn PQ.
3. Sonder om die wydte van die passer te verander, plaas passerpunt op N en trek 'n tweede boog om die eerste boog in S te sny.
4. Trek 'n lyn deur R en S. RS is 'n loodlyn vanaf punt R op PQ.



3. KONSTRUEER HOEKE

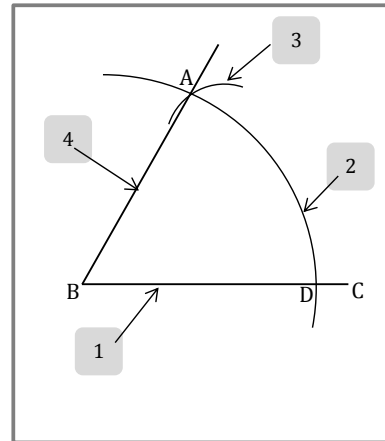
3.1 Halveer 'n hoek

1. Met die passerpunt op hoekpunt B, trek 'n boog om AB by D en BC by E te sny.
2. Trek vanaf punt D en punt E boë van gelyke lengtes binne die hoek om in F te sny.
3. Verbind B en F.
BF is die halveerlyn van $\hat{ABC}$.



3.2 Konstrueer 'n hoek van 60°

1. Trek lyn BC.
2. Plaas die punt van jou passer op punt B en trek 'n lang boog om BC in D te sny.
3. Sonder om die wydte van jou passer te verander, plaas die punt van jou passer op D en trek 'n tweede boog om die eerste boog in A te sny.
4. Verbind A en B.
 $\hat{ABD} = 60^\circ$

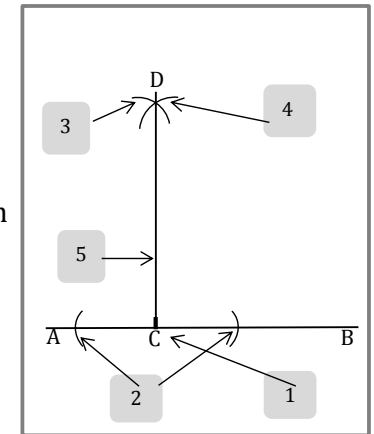


3.3 Konstrueer 'n hoek van 30°

1. Konstrueer 'n hoek van 60° soos in 3.2.
2. Halveer die hoek van 60° soos in 3.1.
3. Jy het nou twee hoeke van 30° elk.

3.4 Konstrueer 'n hoek van 90°

1. Trek lyn AB en merk punt C enige plek tussen A en B.
2. Plaas jou passerpunt op C en trek gelyke boë aan verskillende kante van punt C.
3. Plaas jou passerpunt op die boog tussen A en C en trek 'n boog bokant AB.
4. Sonder om die wydte van jou passer te verander, plaas jou passerpunt op die boog tussen C en B en trek 'n tweede boog om die eerste boog in D te sny.
5. Verbind D en C. $\hat{ACD} = \hat{BCD} = 90^\circ$



3.5 Konstrueer 'n hoek van 45°

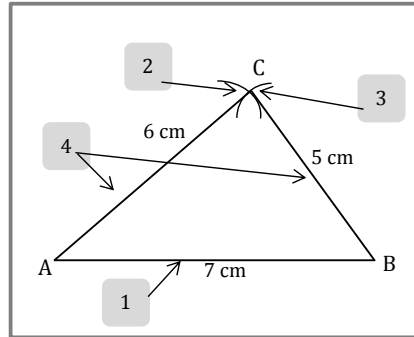
1. Konstrueer 'n hoek van 90° soos in 3.4.
2. Halveer die hoek van 90° soos in 3.1.
3. Jy het nou twee hoeke van 45° elk.

4. KONSTRUEER DRIEHOEKE

4.1 Die lengtes van al drie sye word gegee

Konstrueer $\triangle ABC$ met $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm en $AC = 6$ cm.

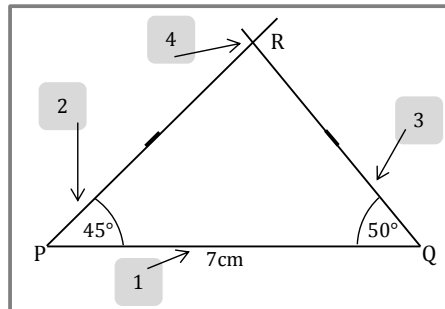
1. Trek $AB = 7$ cm.
2. Stel die arms van jou passer 6 cm uitmekaar en met die punt op A, trek 'n boog bokant AB.
3. Stel die arms van jou passer 5 cm uitmekaar en met die punt op B, trek 'n tweede boog om die eerste boog in C te sny.
4. Trek lynsegmente AC en BC.



4.2 Die grootte van twee hoeke en lengte van een sy is gegee

Konstrueer $\triangle PQR$ met $\hat{P} = 45^\circ$, $\hat{Q} = 50^\circ$ en $PQ = 7$ cm

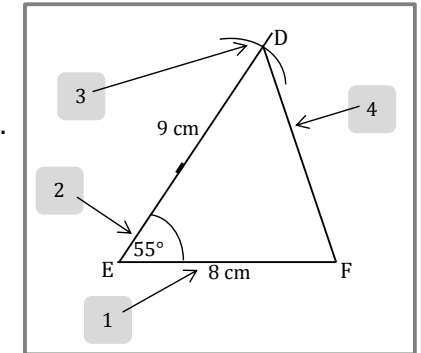
1. Trek $PQ = 7$ cm.
2. Meet 'n hoek van 45° af by punt P met 'n gradeboog. Trek 'n lyn vanaf P deur jou merkie.
3. Meet 'n hoek van 50° af by punt Q met 'n gradeboog. Trek 'n lyn vanaf Q deur jou merkie.
4. Die punt waar hierdie lyne sny, is punt R.
Die grootte van $\hat{R} = 85^\circ$



4.3 Die grootte van een hoek en lengtes van twee sye word gegee

Konstrueer $\triangle DEF$ met $DE = 9$ cm, $EF = 8$ cm en $\hat{E} = 55^\circ$.

1. Trek lyn EF deur 8 cm met 'n liniaal af te meet.
2. By punt E meet 'n hoek van 55° af. Trek 'n lyn vanaf E deur jou merkie.
3. Stel die arms van jou passer 9 cm uitmekaar en met jou passerpunt op hoekpunt E, trek 'n boog om die lyn wat 'n hoek van 55° vorm (die lyn wat jy in punt 2 getrek het) in D te sny.
4. Verbind D en F.

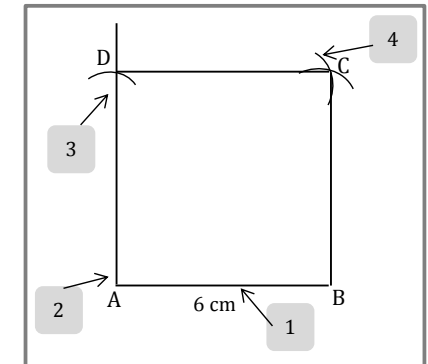


5. KONSTRUEER VIERHOEKE

5.1 Konstrueer 'n vierkant

Konstrueer vierkant ABCD met sylengtes 6 cm.

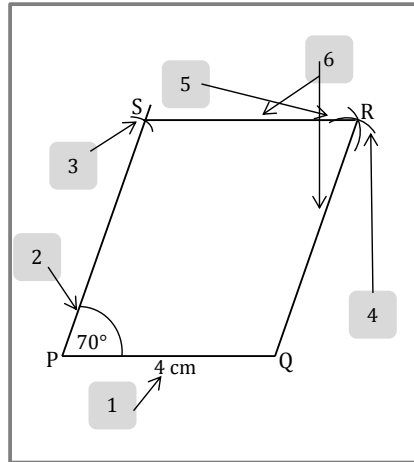
1. Trek $AB = 6$ cm.
2. By punt A konstrueer 'n hoek van 90° soos in 3.4.
3. Stel die arms van jou passer 6 cm uitmekaar en met jou passerpunt op hoekpunt A, trek 'n boog om die loodlyn by D te sny.
4. Sonder om aan jou passerwydte te stel, trek boë vanaf B en D om in C te sny.
5. Trek lynsegmente BC en DC.



5.4 Konstrueer 'n parallelogram

Konstrueer parallelogram PQRS met $\hat{P} = 70^\circ$, $PQ = 4$ cm en $QR = 6$ cm.

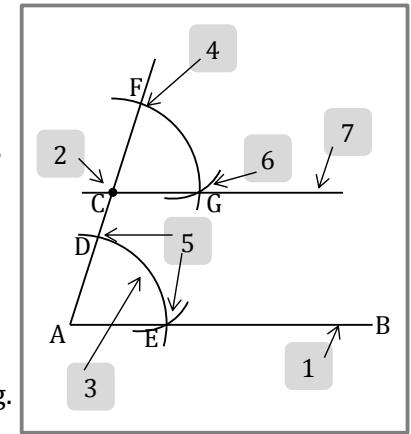
1. Trek $PQ = 4$ cm.
2. By P, meet 'n hoek van 70° en trek 'n lyn vanaf P deur jou merkie.
3. Stel die arms van jou passer 6 cm uitmekaar, plaas die punt op P en trek 'n boog om die lyn wat jy getrek het in S te sny.
4. Sonder om die wydte van jou passer te verander, sit die punt op Q en trek 'n boog 6 cm vanaf Q.
5. Stel die arms van jou passer 4 cm uitmekaar en met die punt op S trek 'n boog 4 cm vanaf S om die vorige boog in R te sny.
6. Trek lynsegmente RS en RQ.



Oefen die konstruksies totdat jy dit met gemak kan doen. Jy kan ander hoekgroottes en ander lengtes vir die sye ook gebruik. Maak net seker dat jy die konstruksies kan doen.

6. KONSTRUEER EWEWYDIGE LYNE

1. Trek lyn AB enige lengte.
2. Merk punt C enige afstand vanaf AB en trek 'n lyn vanaf A deur C.
3. Plaas jou passerpunt op A en trek 'n boog om AC in D en AB in E te sny.
4. Vanaf C, sonder om die wydte van jou passer te verander, trek 'n tweede boog om die lyn deur A en C in F te sny. ($AD = CF$)
5. Plaas jou passerpunt op D, stel die wydte van jou passer gelyk aan die afstand tussen D en E en trek 'n boog.
6. Sonder om die wydte van jou passer te verander, plaas die punt op F en trek 'n boog om die boog deur F in G te sny.
7. Trek 'n lyn deur C en G. $CG \parallel AB$



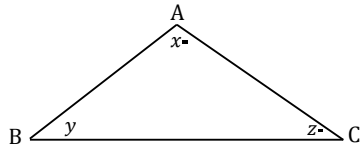
MEETKUNDE VAN 2D VORMS

1. DRIEHOEKE

'n Driehoek is 'n geslote 2D Vorm met drie sye en drie hoeke. Die sye kan ewe lank wees of van verskillende lengtes wees en die hoeke kan dieselfde groottes hê of van verskillende groottes wees.

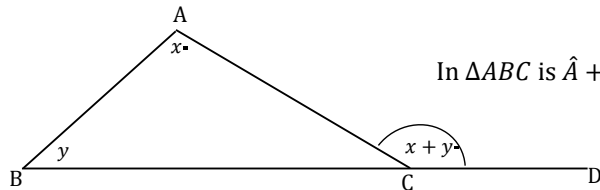
1.1. EIENSKAPPE VAN DRIEHOEKE

1.1.1 In alle driehoeke is die som van die binnehoeke gelyk aan 180°



In $\triangle ABC$ is $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$
dus is $x + y + z = 180^\circ$

1.1.2 Die buitehoek van 'n driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke

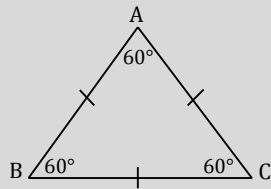


In $\triangle ABC$ is $\hat{A} + \hat{B} = \hat{ACD}$

1.1.3 Verskillende soorte driehoeke en hul eienskappe

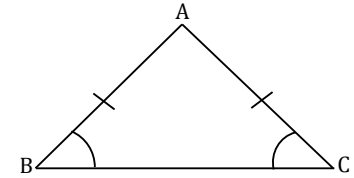
'n Gelyksydige driehoek

- * Al drie die sye is ewe lank.
- * Al drie hoeke is gelyk.
- * Elke binnehoek is gelyk aan 60°



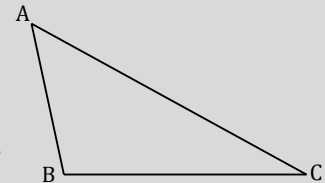
'n Gelykbenige driehoek

- * Twee sye wat ewe lank is.
- * Die hoeke teenoor die gelyke sye is ewe groot.



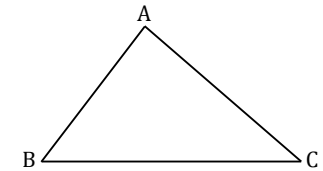
Ongelykbenige driehoek

- * Geen sye wat ewe lank is nie
- * Geen hoeke wat ewe groot is nie



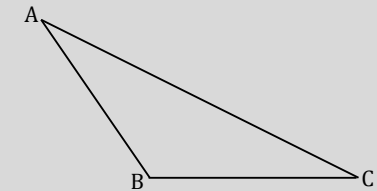
Skerphoekige driehoek

- * Al drie hoeke is skerp hoeke (tussen 0° en 90°)



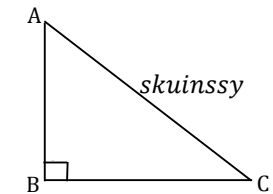
Stomphoekige driehoek

- * Een hoek is 'n stomphoek (tussen 90° en 180°)



Reghoekige driehoek

- * Een hoek is 'n regte hoek (90°)
- * Die sy teenoor die regte hoek word die skuinssy genoem

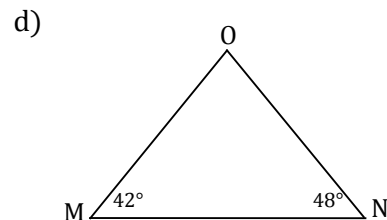
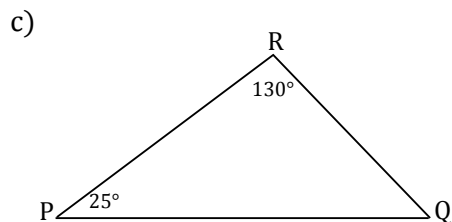
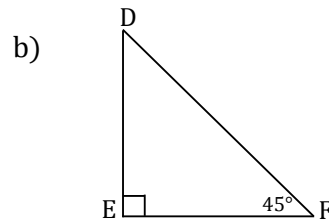
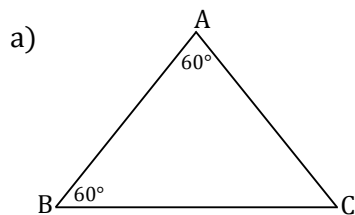


1.2 KLASSIFIKASIE VAN DRIEHOEKE

Driehoeke kan geklassifiseer word op grond van hul sye en hoeke. 'n Driehoek met twee gelyke sye en 'n regte hoek kan byvoorbeeld geklassifiseer word as 'n reghoekige, gelykbenige driehoek. Gebruik al die inligting wat jy het om 'n driehoek te klassifiseer.

Voorbeeld 1

Klassifiseer elk van die volgende driehoeke:



Oplossing

- a) In $\triangle ABC$ is $\hat{C} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ$ | Som van hoeke van $\triangle = 180^\circ$
 $\hat{C} = 180^\circ - 120^\circ$
 $\hat{C} = 60^\circ$
 $\triangle ABC$ is 'n gelyksydige driehoek | Al drie hoeke is gelyk

- b) In $\triangle DEF$ is $\hat{D} = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ$ | Som van hoeke van $\triangle = 180^\circ$
 $\hat{D} = 45^\circ$
 Dus is $\hat{D} = \hat{F}$

$\triangle DEF$ is 'n gelykbenige, reghoekige driehoek

| Twee hoeke is gelyk en een hoek is 'n regte hoek (90°)

- c) In $\triangle PQR$ is $\hat{Q} = 180^\circ - 130^\circ - 25^\circ$ | Som van hoeke van $\triangle = 180^\circ$
 $\hat{Q} = 25^\circ = \hat{P}$

$\triangle PQR$ is 'n stomphoekige, gelykbenige driehoek

| Twee gelyke hoeke en derde hoek is 'n stomphoek

- d) In $\triangle MNO$ is $\hat{O} = 180^\circ - 42^\circ - 48^\circ$ | Som van hoeke van $\triangle = 180^\circ$
 $\hat{O} = 90^\circ$

$\triangle MNO$ is 'n reghoekige, ongelyksydige driehoek

| Een hoek = 90°

1.3 BEREKEN ONBEKENDE HOEKE EN SYE VAN DRIEHOEKE

Onthou om altyd redes te gee vir enige bewerings wat jy maak.

Jy kan die volgende afkortings vir die redes gebruik:

Som van binnehoeke van 'n driehoek = 180°	→ som van $\angle^e$ van $\triangle$
Buitehoek van driehoek is gelyk aan die som van die teenoorstaande binnehoeke	→ buite$\angle$ van $\triangle$
Hoeke teenoor gelyke sye is gelyk	→ <i>gelykbenige $\triangle$</i>
of sye teenoor gelyke hoeke is gelyk	→ <i>$\angle^e$ op 'n reguitlyn</i>
Hoeke op 'n reguitlyn = 180°	
Gelyksydige driehoek het 3 gelyke sye en 3 gelyke hoeke	→ <i>gelyksydige $\triangle$</i>